

# Protokoll Lebensdauerbestimmung von Myonen

## Aufgabenstellung:

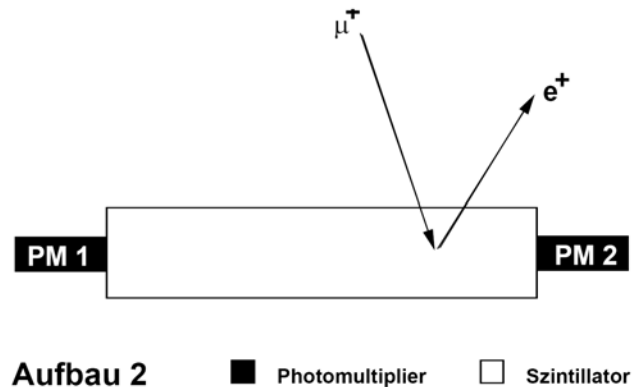
1. Durchführung von Kalibrierungsmessungen
2. Ermittlung der Verstärkung im Photomultiplier
3. Langzeitmessung zur Lebensdauerbestimmung über einige Tage

## Aufbau und Messprinzip:

Wir führten unsere Messungen an einer 2,0x0,1x0,1 m langen Plastiksintillator-Röhre (Material NE 110) durch, an deren Enden je ein Photomultiplier angebracht war.

Durch eine Elektronik war es möglich, eine LED mit einer Frequenz von ca. 1 kHz an- und auszuschalten, um die Photomultiplier (PM) zu testen.

Eine weitere Elektronik diente als Analog-zu-Digital-Wandler ADC der PM-Signale mit einer Rauschen unterdrückenden Diskriminatorspannung. Das Digitalsignal der beiden PMs konnte mittels einer Und-Logik-Schaltung (Koinzidenzeinheit) zu einem gemeinsamen Signal vereinigt werden, dass als Startsignal eines TDCs mit 256 Kanälen der Breite  $b = 416 \mu\text{s}$  diente. Zerfiel ein gestopptes Myon innerhalb von  $10 \mu\text{s}$  im Szintillatorblock, gab das Zerfallselektron mit großer Wahrscheinlichkeit ein Lichtsignal, das wieder über beide Photomultiplier zur Koinzidenz (12) verzögert führte, deren Signal als Stopp des TDC verwendet wurde. Die Gesamtheit der verzögerten Koinzidenzen führte zum Lebensdauerspektrum der positiven und negativen Myonen. Laut Versuchsanleitung beträgt die mittlere Lebensdauer  $\tau_\mu = (2,19703 \pm 0,00004) \mu\text{s}$ .



## Durchführung:

Während der Praktikumszeit am Freitag, dem 16. Juni 2006, wurden die Anlage 2 in Betrieb genommen und diverse Vorversuche durchgeführt, um die Anordnung auf ihre Funktionstüchtigkeit zu überprüfen und uns mit deren Funktionsweise und Bedienung vertraut zu machen. Die eigentliche Messung (Hauptversuch) lief dann bis zum folgenden Montag.

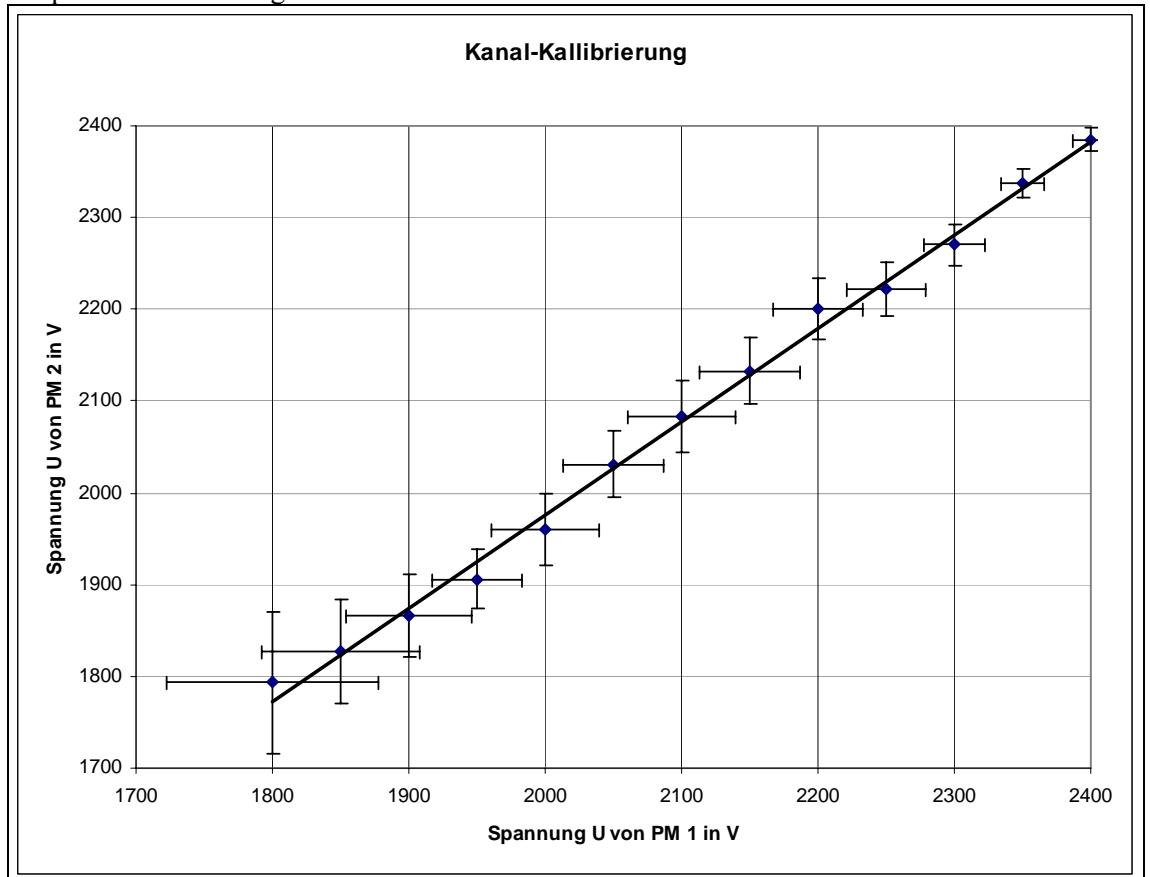
### 1. Wir nahmen folgende Untersuchungen am Versuchsaufbau 2 vor:

- Nach dem vorliegenden Schaltplan wurden die einzelnen Komponenten (Oszilloskop, Pulsgenerator, PMs, Diskriminator, Rechner) verbunden, damit unterschiedliche Signale erzeugt und im Oszilloskop betrachtet. Die Diskriminatorspannung wurde gemessen mit dem Resultat  $U_D = 0,29 \text{ V}$ .
- Die in der Anleitung empfohlene Lichtleckmessung nahmen wir wegen der jahreszeitbedingten Helligkeit nicht auf.
- Aufnahme der Kennlinien von PM 1 und PM 2 (Kalibrierungskurve):
  - Die Leuchtdiode wurde an den Frequenzgenerator ( $f \approx 1100 \text{ Hz}$ ) angeschlossen, um so Impulse für die PMs zu erzeugen.
  - Die Dynoden-Spannung von PM 1 wurde in 50 V-Schritten von 1800 V bis 2400 V durchfahren, wobei jeweils die Spannung von PM 2 so nachgeregelt wurde, dass die Ausgangssignale der beiden PMs von Form und Höhe des Maximums übereinstimmen.
  - Messwerte:

$U_{1,HV}$ in V	$U_{2,HV}$ in V
1800	1793
1850	1828
1900	1866
1950	1906
2000	1960

$U_{1,HV}$ in V	$U_{2,HV}$ in V
2050	2031
2100	2083
2150	2133
2200	2201
2250	2222
2300	2270
2350	2337
2400	2385

- Graphische Darstellung



- Amplitudengleiche Koinzidenzmessung

- Dabei sollte eine Messzeit eingehalten werden, bei welcher der relative Fehler der Koinzidenz-  
zählrate bei  $U_{1,HV} = 2200$  V unter 3% liegt. Entsprechend der Poissonstatistik gilt damit für den

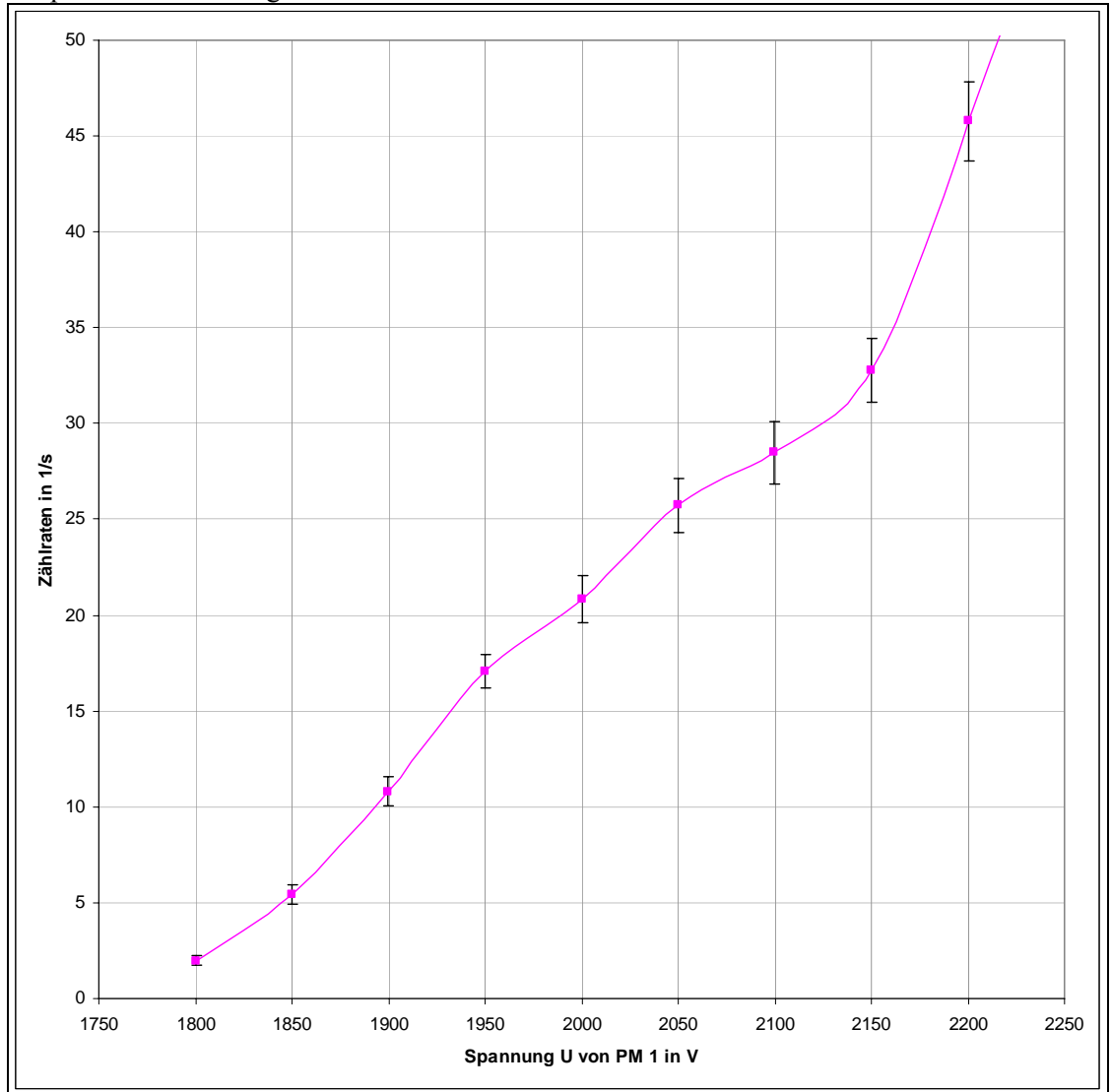
relativen Fehler  $\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \leq 2\% \Rightarrow N \geq 2500$ .

- Diese Impulszahl wurde bei uns bei  $t = 120$  s erreicht.
- Messwerte:

$U_{1,HV}$ in V	$U_{2,HV}$ in V	$\dot{N}$ in $s^{-1}$	$\Delta \dot{N}$ in $s^{-1}$
1800	1793	1,98	0,09
1850	1828	5,43	0,17
1900	1866	10,81	0,26
1950	1906	17,06	0,29
2000	1960	20,83	0,42
2050	2031	25,73	0,46
2100	2083	28,48	0,54
2150	2133	32,76	0,56

$U_{1,HV}$ in V	$U_{2,HV}$ in V	$\dot{N}$ in $s^{-1}$	$\Delta\dot{N}$ in $s^{-1}$
2200	2201	45,79	0,69
2250	2222	62,84	0,82
2300	2270	107,95	1,04
2350	2337	215,11	1,46
2400	2385	330,47	1,82

○ Graphische Darstellung:



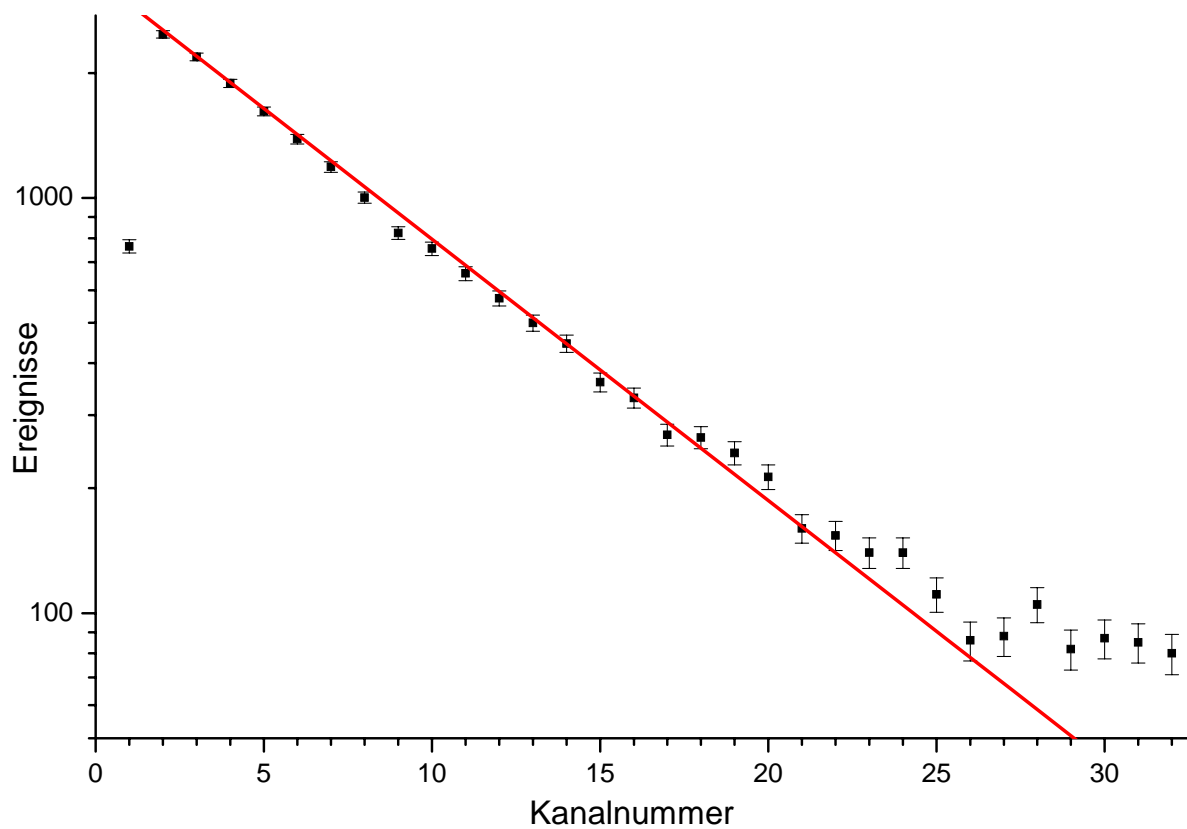
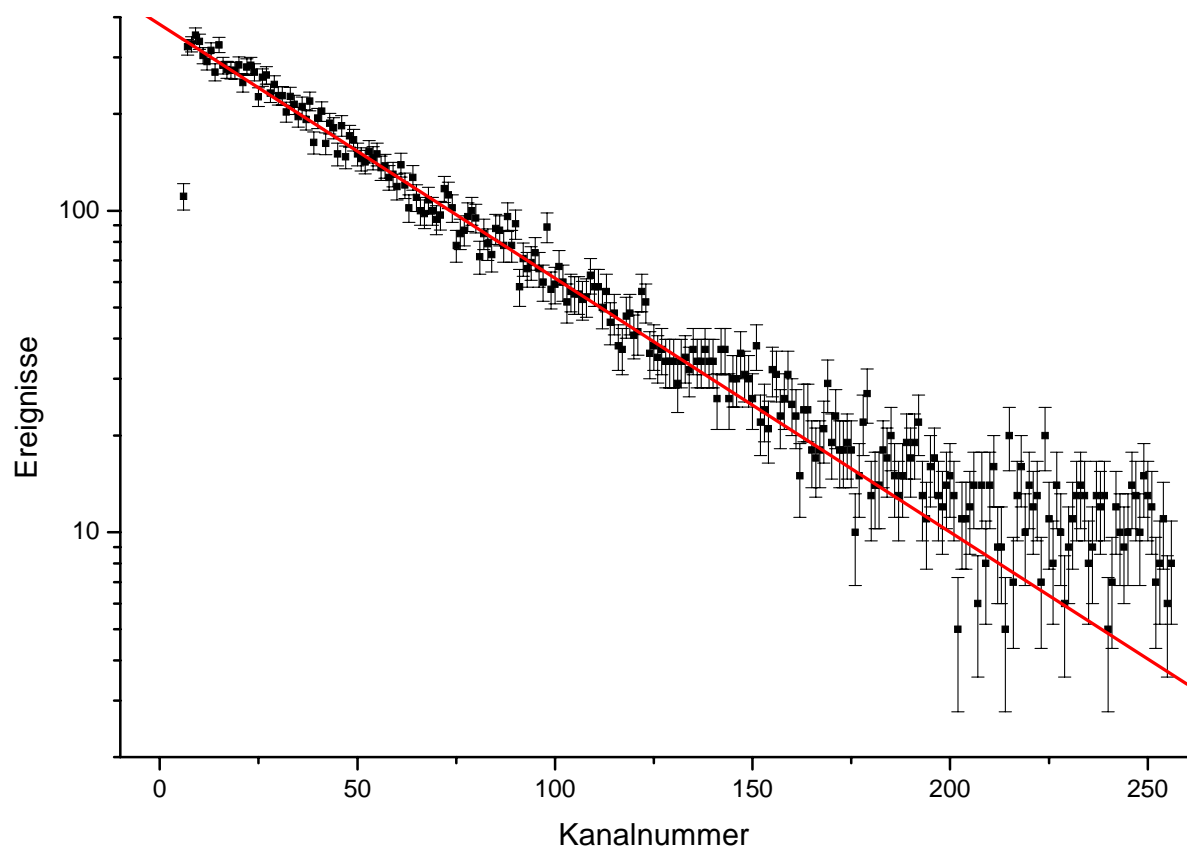
Diese Kurve lässt sich anhand der Ursache in 3 Bereiche einteilen:

1. 1800 - 2000 V Einfluss der Energiedeposition, die wiederum durch die Geometrie des Szintillatorblocks bestimmt wird (schräg einfallende Teilchen deponieren durch den längeren Weg mehr Energie, wobei der Myonen-Energieverlust pro Wegstrecke  $dE/dx$  in diesem hochrelativistischen Bereich sehr wenig von der Myonen-Energie abhängt.)
2. 2000 - 2150 V „Plateau“ – bei uns allerdings wenig ausgeprägt
3. >2150 V Einfluss der Umgebungsradioaktivität. Bei Aufbau 1 kann durch die Koinzidenz von 3 PMs ein Teil dieses Effektes ausgeschlossen werden, doch bei dem vom uns verwendeten Aufbau 2 wurden nur 2 PMs am selben Szintillatorblock genutzt.

- Start des Hauptversuches

## Auswertung:

Darstellung der im Hauptversuch über das Wochenende gesammelten Werte:



Oberes Diagramm: 256-Kanal-Spektrum, unteres Diagramm 32-Kanal-Spektrum des Aufbau 2.

1. Auswertung per Fit: Da die ersten Kanäle aufgrund von Elektronikfehlern keine sinnvollen Werte enthalten, und für lange Zeiten (hohe Kanalnummern) andere Prozesse eine Rolle spielen (z.B. Hintergrund durch Radioaktivität) muss ein gewisser Kanalbereich zur Auswertung ausgeklammert werden. In

der Theorie folgt der Zerfall der Gleichung  $N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

	32-Kanal-Spektrum	256-Kanal-Spektrum
Startkanal $K_S$	2	9
Endkanal $K_E$	19	150
Fit in Kanaldarstellung	$3390 \cdot e^{-K/6.9}$	$380 \cdot e^{-K/55}$
Kanalbreite $k$	333,3 ns	41,7 ns
Lebensdauer $\tau$	$(2,30 \pm 0,09) \mu s$	$(2,29 \pm 0,07) \mu s$

2. Maximum-Likelihood-Methode:

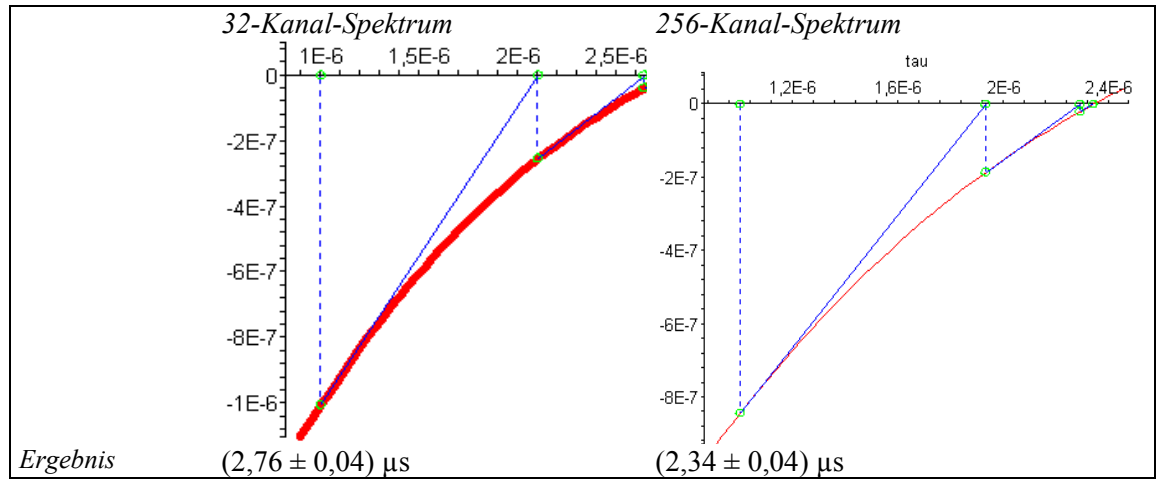
$$\left. \begin{aligned} L(\tau | t_1, \dots, t_N) &= \prod_{i=1}^N P(t_i | \tau) \\ P(t_i | \tau) &= \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t_i}{\tau}} \\ \frac{d \ln L}{d \tau} \bigg|_{\tau=\hat{\tau}} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \Rightarrow \hat{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^N K_i t_i}{\sum_{i=1}^N K_i} + \frac{T e^{-\frac{T}{\hat{\tau}}}}{1 - e^{-\frac{T}{\hat{\tau}}}}$$

Aus den 3 Anfangsformeln folgt die mittlere Formel, die allerdings das Wissen über alle Zeiten erfordert. Stehen diese Messwerte (wie in unserem Fall) nicht zur Verfügung, muss die rechte Gleichung graphisch oder numerisch gelöst werden. Da die Ereignisse in jedem Kanal poisson-verteilt sind, gilt für die statistische Abweichung

$$\sigma_{\hat{\tau}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N K_i t_i^2}}{\sum_{i=1}^N K_i}$$

Hier eine Übersicht der Ergebnisse:

	32-Kanal-Spektrum	256-Kanal-Spektrum
$N = (1 + K_E - K_S)$	18	142
$T = k N$	6,00 $\mu s$	5,92 $\mu s$
Lösung	8 Iterationen der NEWTON-Methode mit	
	6 Iterationen der NEWTON-Methode mit	
	$f(\tau) = \tau - 2,829 \cdot 10^{-6} - \frac{5,999 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-\frac{5,95}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{5,999 \cdot 10^{-6}}{\tau}}}$	$f(\tau) = \tau - 2,223 \cdot 10^{-6} - \frac{5,921 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-\frac{5,921 \cdot 10^{-6}}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{5,921 \cdot 10^{-6}}{\tau}}}$



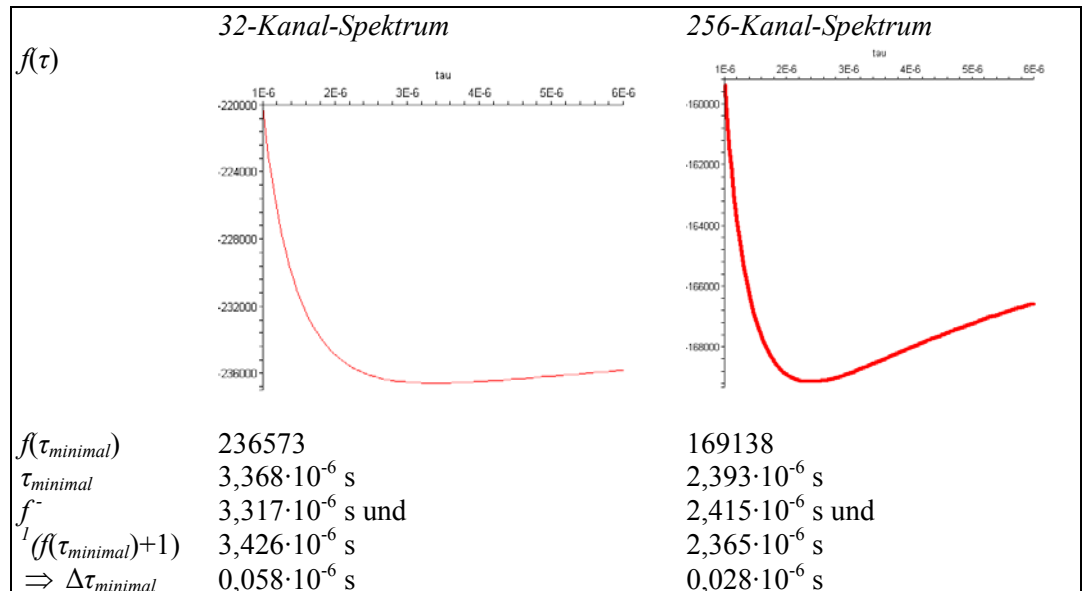
3. Anwendung der Likelihoodmethode auf die Poissonverteilung: Aus der Versuchsanleitung und dem Abschlusssseminar geht hervor, dass  $\tau$  dem Minimum der Funktion

$$f(\tau) = 2 \sum_{i=1}^N K_i \ln \int_{t_i}^{t_i+k} \frac{1}{\tau} \frac{\sum_{j=1}^N K_j}{e^{\frac{t_{Ende}+k}{\tau}}} e^{-\frac{t}{\tau}} dt$$

entspricht. Hier ist

$N$	Anzahl der verwendeten Kanäle
$t_{Ende} = N \cdot k$	Die zum letzten verwendeten Kanal gehörende Zeit
$K_i$	Die Ereigniszahl im $i$ -ten Kanal
$k$	Kanalbreite

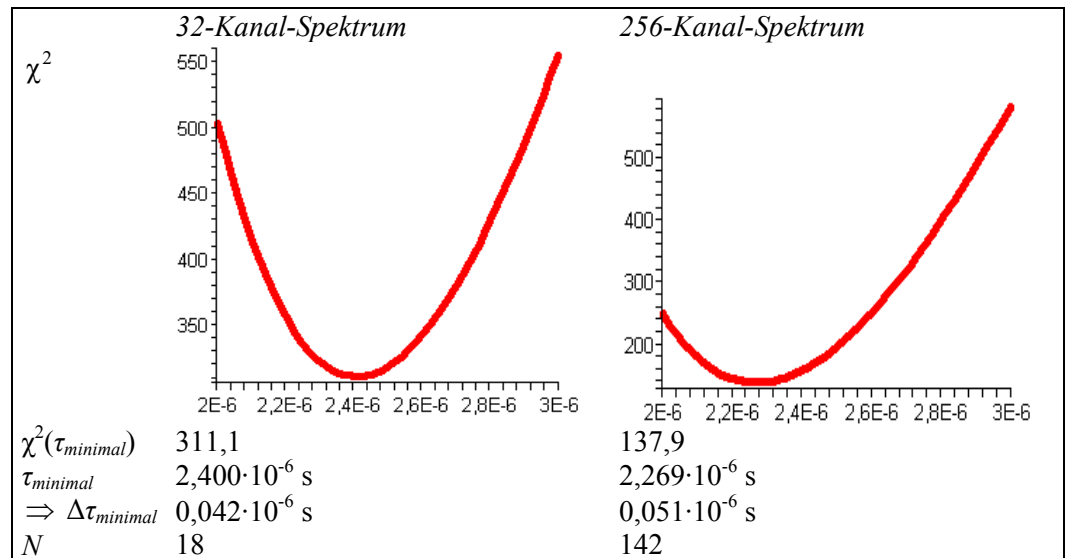
Die Messabweichung für  $\tau$  lässt sich bestimmen, wenn man auf der  $f(\tau)$ -Achse eine Einheit nach oben geht und die Differenz von diesem und dem minimalen  $\tau$  bildet. In folgender Tabelle sind die Ergebnisse kurz dargestellt:



4. Anwendung der Likelihoodmethode auf die Gaußverteilung: Hier wird nach der 2-Methode vorgegangen, d.h. der Term

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(K_i - \int_{t_i}^{t_i+k} \frac{1}{\tau} \frac{\sum_{j=1}^N K_j}{e^{\frac{t_{Ende}+k}{\tau}}} e^{-\frac{t}{\tau}} dt)^2}{K_i}$$

Es ergaben sich folgende Werte:

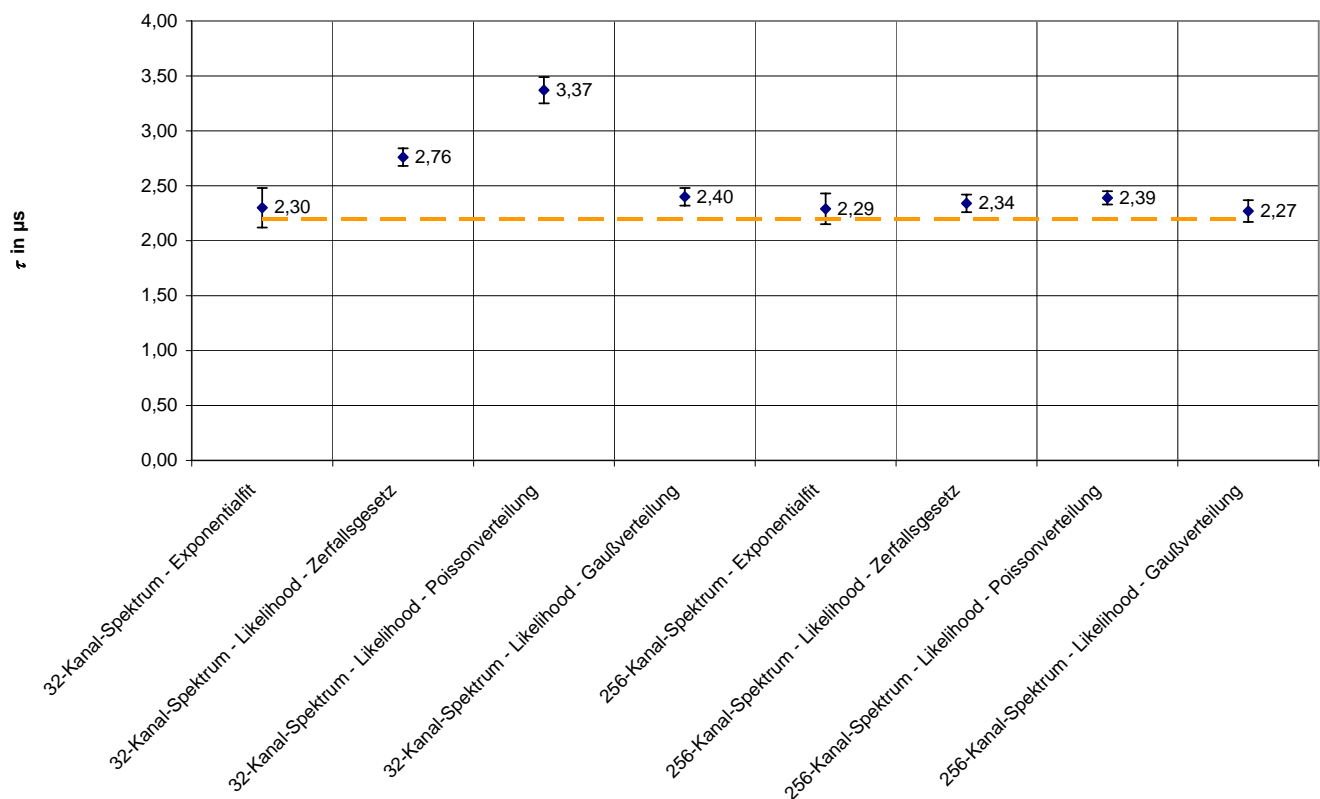


Der Wert von  $\chi^2_{\text{min}}$  liegt für das 256-Kanal-Spektrum in der richtigen Größenordnung, ist aber etwas klein: der Theorie nach sollte  $\chi^2 \approx N - 1$  gelten, wobei N die Anzahl der Kanäle ist, die in der Berechnung Verwendung fanden.  $\chi^2_{\text{min}}$  für das 32-Kanal-Spektrum ist aus uns unbekannten Gründen viel zu groß, also variieren die gemessenen Kanalinhalt mehr als die angenommene Messabweichung  $\sigma_i = \sqrt{K_i}$  der Poissonverteilung.

## Diskussion

Zum Vergleich sei hier noch einmal eine Übersicht aller Ergebnisse dargestellt (alle Werte in  $\mu\text{s}$ ):

	32-Kanal-Spektrum	256-Kanal-Spektrum
Exponentialfit	$2,30 \pm 0,09$	$2,29 \pm 0,07$
Likelihood - Zerfallsgesetz	$2,76 \pm 0,04$	$2,34 \pm 0,04$
Likelihood - Poissonverteilung	$3,37 \pm 0,06$	$2,39 \pm 0,03$
Likelihood - Gaußverteilung	$2,40 \pm 0,04$	$2,27 \pm 0,05$



Wie zu erwarten sind die Abweichungen der Ergebnisse, die aus dem 256-Kanal-Spektrum gewonnen wurden kleiner und liegen näher bei dem in der Anleitung angegebenen Wert von  $2,19703 \mu\text{s}$  (gestrichelte Linie). Außerdem ist die statistische  $2\sigma$ -Messabweichung für die meisten Ergebnisse nicht genug, sie liegen oberhalb des Anleitungswertes.

Mit der Suche nach möglichen Fehlerquellen muss bei den Vorversuchen begonnen werden. Die Lichtleckmessung wurde gar nicht durchgeführt - somit ist nicht ausgeschlossen, dass die Detektoren auch Impulse weitergegeben haben, die gar nicht von der Messung stammen. Allerdings wurden weitgehend die erwarteten Kurven gefunden und die Ergebnisse liegen in der richtigen Größenordnung; somit werden andere systematische Fehler die Hauptursache von Fehlern sein, zumindest ein großes Lichtleck kann ausgeschlossen werden.

Insbesondere die Kennlinie von PM1 genügt nicht den Erwartungen von einem Plateau, auf dem man die optimale Arbeitsbetriebsspannung ablesen kann. Es stellt sich die Frage, ob vielleicht das Plateau erst bei höheren Spannungen kommt und ob für den Hauptversuch die richtige Betriebsspannung eingestellt wurde. Sollte sie zu niedrig sein, so sind zu registrierende Ereignisse durch die Diskriminatorspannung abgeschnitten worden; bei zu hoher Betriebsspannung könnten zu viele Impulse eingegangen sein, die aber durch den Myonenzerfall nicht berechtigt wären, sondern womöglich von der Umgebungsradioaktivität herrühren.

In der Auswertung wurden nur Abschnitte aus den Spektren berücksichtigt, die offensichtlich dem exponentiellen Verlauf folgten. Die vorderen Kanäle durften nicht in die Rechnung einbezogen werden, da dort Fehler in der Messelektronik eine Rolle spielen. Die letzten Kanäle wurden ebenfalls abgeschnitten, da dort nur noch wenig Ereignisse pro Kanal registriert wurden und damit der relative Fehler groß ist, was besonders in der logarithmischen Auftragung sichtbar ist. Trotzdem gibt es im ausgewerteten Bereich kleine Abweichungen vom idealen exponentiellen Verlauf; dahinter stecken systematische und statistische Ungenauigkeiten, außerdem die Näherung durch Auftragung der Kanalinhalt über die zeitliche Kanalmitte. Diese Näherung beeinflusst die Methode des Exponentialfits und die Anwendung der Likelihoodmethode auf das Zerfallsgesetz; die Anwendungen der Likelihoodmethode auf Gauß- und Poissonverteilung sind jedoch durch ihre kompliziertere Statistik unabhängig von der Kanalmitte. Die sehr kleinen Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Likelihoodmethoden zeigen aber, daß die Näherung der Kanalmitte recht gut ist. Die Genauigkeit der benutzten Rechensoftware (LABVIEW und MAPLE) bei der numerischen Ermittlung der Werte ist unbekannt, ebenso wie die Genauigkeit der Zeitmessung, Kanaleinteilung und Trägheit der Elektronik in der Impulsübermittlung. Damit ließe sich vermutlich der Abstand zwischen tatsächlichem und gemessenem Wert begründen.